

Markov Zincirli Monte Carlo Tabanlı Bir Katı Görüntü Çakıştırma Yöntemi

A Markov Chain Monte Carlo based Rigid Image Registration Method

Navdar Karabulut, Ertunç Erdil, Müjdat Çetin
Sabancı Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, İstanbul, Türkiye
{navdar, ertuncerdil, mjetin}@sabanciuniv.edu

Özetçe—Bu çalışmada, görüntü çakıştırması için Markov zincirli Monte Carlo (MZMC) yöntemini esas alan bir yöntem önerilmiştir. Görüntü çakıştırma problemi Bayesçi yaklaşımla kurgulanmış ve çakıştırma parametreleri için ortaya çıkan sonsal dağılımdan MZMC ile örnekler çekilmiştir. Böylece MZMC prensiplerine uygun olarak çekilen örneklerle sonsal dağılımın nitelenmesi mümkün hale gelmiştir. Sonsal dağılımın çok doruklu olması durumunda farklı doruklardan çekilen örnekler, çakıştırma problemi için birbirinden farklı ve anlamlı çözümler elde edilmesini sağlar. Birden fazla çakıştırma çözümü olabilecek görüntü çiftleri üzerinde yapılan deneylerde olumlu ön sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler—Markov zinciri Monte Carlo, Görüntü Çakıştırma, Bayesçi yaklaşım, Çok doruklu dağılımlar.

Abstract—We propose a Monte Carlo Markov Chain (MCMC) based method for image registration. We formulate the image registration problem within a Bayesian framework and generate samples from the resulting posterior density of the registration parameters using MCMC. Thus, posterior density is characterized through the samples that are drawn with the MCMC principle. When the posterior density is multimodal, samples from different modes of the posterior lead to different and meaningful solutions for the image registration problem. We perform experiments on pairs of test images which may admit multiple registration solutions. Preliminary results demonstrate the potential of the proposed approach.

Keywords—Markov chain Monte Carlo, Image registration, Bayesian approach, Multimodal densities.

I. GİRİŞ

Görüntü çakıştırması birçok görüntü analizi çalışmasında gerekli olan bir adımdır ve birbirine benzer iki veya daha fazla görüntüyü hizalama problemi olarak tanımlanabilir. Bu işlem sırasında çakıştırılacak görüntülerden biri referans (sabit), diğeri ise hareketli görüntü olarak alınır. Hareketli görüntüye uygulanan geometrik dönüşümler ile bu görüntülerin hizalanması sağlanır. Görüntü çakıştırma problemi, hareketli görüntüye uygulanan ve görüntülerin çakışmasını sağlayan

dönüşüm parametrelerinin bulunması problemi olarak da tanımlanabilir. Literatürde görüntü çakıştırılması için pek çok yöntem önerilmiştir [1]. Bu yöntemler genellikle, görüntülerin ne kadar iyi çakıştırıldığını bir maliyet fonksiyonu ile formüle ederler. Geometrik dönüşüm parametreleri ise bu maliyet fonksiyonunun en küçüklenmesi ile bulunur [2]–[4]. En küçükleme tabanlı yöntemler yerel en iyi noktada bir çözüm bulduğu için, bulunan çözüm doğru çakıştırma çözümünden uzak olabileceği gibi diğer olası çözümler ile ilgili de bilgi vermez. Yerel en iyi çözümde takılma problemini aşmak için parçacık süzgeci temelli çakıştırma yöntemleri önerilmiştir [5]–[7]. Bu yöntemler global en iyi noktada bir çakıştırma çözümü bulabilmektedir. Fakat, sonsal dağılımın farklı doruklarından anlamlı olabilecek başka çözümler üretebildikleri gösterilmemiştir.

Bu çalışmada, katı görüntü çakıştırma problemi için Markov zincirli Monte Carlo (MZMC) temelli bir görüntü çakıştırma yöntemi önerilmiştir. Çakıştırma problemi Bayesçi yaklaşımla kurgulanmış olup, ortaya çıkan sonsal dağılımdan MZMC yöntemiyle örnekler çekilmesini mümkün hale getirir. Sonsal dağılımın çok doruklu olduğu durumlarda çekilen örnekler, farklı doruklardaki anlamlı çakıştırma çözümlerinin bulunmasına ve sonsal dağılımın daha iyi anlaşılmasına katkı sağlar. Bu çalışmanın en önemli katkısı, sonsal dağılımın çok doruklu olduğu durumlarda farklı doruklardan çözüm örnekleri bulabilen MZMC tabanlı bir görüntü çakıştırma yöntemidir. Bildiğimiz kadarıyla daha önce imge çakıştırma probleminde çok doruklu sonsal dağılımdan örnekler çekerek farklı çözümler bulan MZMC tabanlı bir imge çakıştırma yöntemi önerilmemiştir. Sonsal dağılımın çok doruklu olduğu (farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçlarının olabileceği) test görüntüsü çiftlerinde yaptığımız deneyler, önerdiğimiz yöntemin sonsal dağılımın farklı doruklarından çözüm örnekleri çektiğini göstermektedir. Böylece, önerdiğimiz yöntem birbirinden farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçları üretebilmektedir.

II. ÖNERİLEN YÖNTEM

Bu bölümde, görüntü çakıştırma probleminin matematiksel tanımı ve önerdiğimiz yöntem anlatılacaktır.

I_s ve I_r çakıştırılacak görüntüler, $\mathbf{x} = [t_x, t_y, \theta, h]$ ise çakışmayı sağlayacak geometrik dönüşümün parametrelerini gösteren bir vektör olsun. Burada, t_x ve t_y sırasıyla x ve y eksenlerindeki kayma, θ döndürme ve h ise ölçeklendirme miktarlarını gösteren parametrelerdir. Buna göre görüntü çakıştırma problemi Bayeşçi yaklaşımla

$$p(\mathbf{x}|I_s, I_r) \propto p(I_s, I_r|\mathbf{x})p(\mathbf{x}) \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. \mathbf{x} değişkenine ait önsel dağılım olan $p(\mathbf{x})$ dağılımını tekdüze dağılım olarak kabul edersek, Denklem (1)'deki sonsal dağılım

$$p(\mathbf{x}|I_s, I_r) \propto p(I_s, I_r|\mathbf{x}) \quad (2)$$

şeklinde yazılır. Bu çalışmada, $p(I_s, I_r|\mathbf{x})$ veri terimi seçimi

$$p(I_s, I_r|\mathbf{x}) \propto \exp(psnr(I_s, T[\mathbf{x}]I_r)) \quad (3)$$

denklemindeki gibi yapılmıştır. Denklem (3)'teki $psnr$ tepe sinyal-gürültü oranı

$$psnr(I_s, T[\mathbf{x}]I_r) = 20 \log(MAX_{I_s}) - 10 \log((I_s - T[\mathbf{x}]I_r)^2) \quad (4)$$

formülü ile hesaplanır. $T[\mathbf{x}]I_r$ ise I_r görüntüsüne T geometrik dönüşümünün \mathbf{x} parametreleriyle uygulanmış halini temsil eder. Buna göre $T[\mathbf{x}]$ dönüşümü, I_r görüntüsündeki her bir (x, y) pikseline

$$T[\mathbf{x}] \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h(x + t_x) \\ h(y + t_y) \end{pmatrix} \quad (5)$$

denklemindeki gibi uygulanarak $T[\mathbf{x}]I_r$ bulunur.

Bu bildiride önerdiğimiz yöntem, MZMC yaklaşımı ile $p(\mathbf{x}|I_s, I_r)$ sonsal dağılımından \mathbf{x} örnekleri çekerek I_s ve I_r arasında farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçları bulmayı hedefler. Bu çalışmada sonsal dağılımdan örnekler çekmek için çok kullanılan bir MZMC yöntemi olan Metropolis-Hastings [8] örnekleme yöntemini kullanmaktayız. Metropolis-Hastings, bizim uygulamamızda olduğu gibi, verilen bir p dağılımından doğrudan örnek çekmenin mümkün olmadığı durumlarda kullanılan bir yöntemdir. Buna göre Metropolis-Hastings, p dağılımından doğrudan örnekler çekmek yerine bir q teklif dağılımını tanımlar. q dağılımından çekilen örnekler asimptotsal bir şekilde p dağılımına yakınsayacak şekilde kabul edilir. Metropolis-Hastings yönteminin q dağılımından önerilen bir \mathbf{x}' örneğini kabul etme olasılığı

$$a(\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}'|\mathbf{x}^{(t)}) = \min \left[\frac{\pi(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}^{(t)}|\mathbf{x}')}{\pi(\mathbf{x}^{(t)})q(\mathbf{x}'|\mathbf{x}^{(t)})} \right] \quad (6)$$

ile hesaplanır. Burada $\pi(\mathbf{x}) \propto \exp(psnr(I_s, T[\mathbf{x}]I_r))$ olup, \mathbf{x}' örneği $\mathbf{x}^{(t)}$ ortalama değerli ve Σ çapraz ilinti matrisli bir Gauss dağılımından rastgele olarak çekilir. Buna göre Denklem (7)'daki $q(\Delta|\circ)$ ise Σ çapraz ilinti

matrisli ve \circ ortalama değerli bir Gauss dağılımının Δ noktasındaki değeri olarak

$$q(\Delta|\circ) = \mathcal{N}(\Delta; \circ, \Sigma) \quad (7)$$

formülü ile hesaplanır. $a(\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}'|\mathbf{x}^{(t)})$ olasılık değeri, $[0, 1]$ aralığındaki tekdüze bir dağılımdan rastgele elde edilmiş bir u eşikleme değerini aşarsa, önerilen \mathbf{x}' örneği $\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}'$ şeklinde kabul edilir. Aksi durumda ise $\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t)}$ şeklinde reddedilir. Buna göre önerdiğimiz MZMC çakıştırma tabanlı yöntemin akışı, Algoritma (1)'de yazıldığı gibidir.

Algoritma 1 MZMC Tabanlı Katı Görüntü Çakıştırma

```

1: for  $i = 1 \rightarrow M$  do  $\triangleright M$  : üretilecek örnek sayısı
2:    $\mathbf{x} = [t_x, t_y, \theta, h]$  vektörünü ilklendir.
3:   for  $t = 1 \rightarrow N$  do  $\triangleright N$  : toplam örnekleme iterasyonu sayısı
4:      $\mathbf{x}' \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}^{(t)}, \Sigma)$ 
5:      $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$   $\triangleright \mathcal{U}$ , tekdüze dağılım.
6:      $a(\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}'|\mathbf{x}^{(t)}) = \min \left[ \frac{\pi(\mathbf{x}')q(\mathbf{x}^{(t)}|\mathbf{x}')}{\pi(\mathbf{x}^{(t)})q(\mathbf{x}'|\mathbf{x}^{(t)})} \right]$ 
7:     if  $a \geq u$  then
8:        $\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}'$   $\triangleright \mathbf{x}'$  önerisini kabul et.
9:     else
10:       $\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t)}$   $\triangleright \mathbf{x}'$  önerisini reddet.
11:     end if
12:   end for
13:    $\mathbf{x}^{(N)}$  örneğini sonsal dağılımdan çekilen  $i$ 'nci örnek olarak al.
14: end for
```

III. DENEYSEL SONUÇLAR

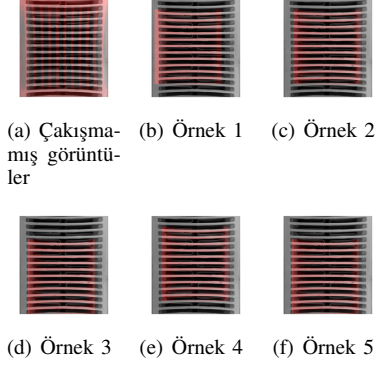
Bu bölümde önerdiğimiz MZMC tabanlı görüntü çakıştırma yöntemine ait deneysel sonuçlar sunulmaktadır. Deneylerimizde, farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçlarının mümkün olduğu, her biri çakıştırılmamış görüntü çiftleri içeren 5 farklı veri kümesi kullanılmıştır. Bu veri kümeleri sırasıyla; sıralı çubuklar, satranç tahtası, yıldızlı bayrak, tekrarlı dairesel örüntüler ve tekrarlı karesel örüntüler veri kümeleridir.

A. Sıralı çubuklar

Sıralı çubuklar veri kümesi, eşit aralıklarla dizilmiş çubukların farklı bakış açılarından çekilmiş iki farklı görüntüsünden oluşmaktadır. Bu görüntülerin çakıştırılmamış halleri Şekil 1(a)'da, görüntülerden birinin görsellik amacıyla Otsu yöntemiyle eşiklenip diğeri üzerine kırmızı renk ile çizdirilmesiyle, gösterilmiştir. Bu deneyde, önerdiğimiz MZMC tabanlı çakıştırma yöntemi ile sonsal dağılımdan 30 adet çakıştırma örneği üretilmiştir. Üretilen farklı örneklerden 5 tanesi Şekil 1'de verilmektedir. Aynı zamanda bu 5 örneğe ait olan hizalama parametreleri Tablo 1'de görülebilir. Deneysel sonuçlar, bu veri kümesinde farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçlarının bulunabileceğini göstermektedir.

B. Satranç tahtası

Satranç tahtası veri kümesinde bir satranç tahtası görüntüsü alınmış ve çakıştırılmamış görüntü çifti bu görüntünün yapay olarak ölçeklendirilmesiyle elde edilmiştir. Çakıştırılmamış görüntüler, bir önceki bölümde

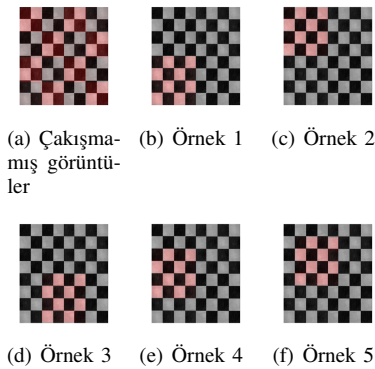


Şekil 1: Sıralı çubuklar veri kümesindeki hizalama sonuçları.

TABLO I: Sıralı çubuklar veri kümesi üzerinde elde edilen ve Şekil 1’de verilen sonuçlara ait hizalama parametreleri.

	θ	h	t_x	t_y
Örnek 1	89.9363	0.7616	-52.2233	-7.4332
Örnek 2	89.8434	0.7616	-5.5240	-6.5526
Örnek 3	89.8713	0.7611	-18.3228	70.7487
Örnek 4	89.5527	0.7692	-69.0815	-86.4298
Örnek 5	89.9391	0.7746	16.3289	-86.1202

anlatıldığı gibi üst üste koyularak Şekil 2(a)’da gösterilmiştir. Önerdiğimiz MZMC tabanlı çakıştırma yöntemi ile sonsal dağılımdan 30 adet çakıştırma örneği üretilmiştir. Üretilen farklı örneklerden 5 tanesi Şekil 2’de verilmektedir. Aynı zamanda bu 5 örneğe ait olan hizalama parametreleri Tablo II’de görülebilir. Satranç tahtalarındaki tekrar eden farklı kare desenlerinin üst üste gelmesi ile farklı ve anlamlı çakıştırma sonuçları oluşabilir. Deneysel sonuçlar önerdiğimiz yöntemin bu farklı ve anlamlı çözümleri bulabildiğini ortaya koymaktadır.



Şekil 2: Satranç tahtası veri kümesindeki hizalama sonuçları.

C. Yıldızlı bayrak

Yıldızlı bayrak veri kümesindeki çakıştırılmamış görüntü çifti, bir yıldızlı bayrak görüntüsünü yapay

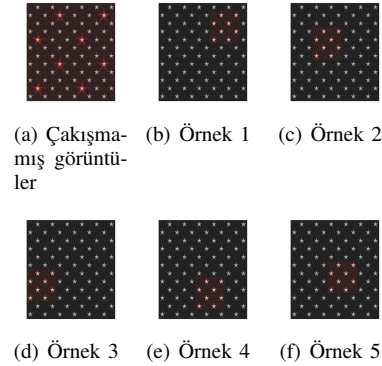
TABLO II: Satranç tahtası veri kümesi üzerinde elde edilen ve Şekil 2’de verilen sonuçlara ait hizalama parametreleri.

	θ	h	t_x	t_y
Örnek 1	89.6294	0.4967	-150.3629	149.9987
Örnek 2	88.2524	0.4990	-151.4612	-150.9987
Örnek 3	89.1061	0.4880	-2.4248	149.9999
Örnek 4	88.9797	0.4981	-151.2070	0.0016
Örnek 5	88.5783	0.4897	-76.5932	-75.0007

TABLO III: Yıldızlı bayrak veri kümesi üzerinde elde edilen ve Şekil 3’te verilen sonuçlara ait hizalama parametreleri.

	θ	h	t_x	t_y
Örnek 1	0.0026	0.3376	150.6829	-150.3926
Örnek 2	0.0082	0.3373	-49.3386	-51.4129
Örnek 3	-0.0002	0.3372	-199.1894	-100.6252
Örnek 4	0.0059	0.3373	50.6308	147.3361
Örnek 5	-0.0008	0.3381	50.4800	47.5836

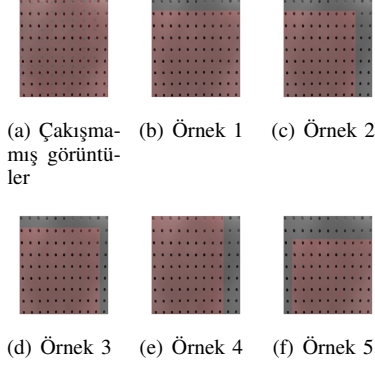
olarak ölçeklendirilmesiyle oluşturulmuştur. Bu görüntü çiftinin hizalanmamış halleri, yine görüntülerden birinin Otsu eşiklemeşi diğer görüntü üzerine kırmızı ile çizilmesiyle gösterilmiştir (bkz. Şekil 3(a)). Önerdiğimiz yöntem ile sonsal dağılımdan çekilen 30 adet çakıştırma örneğinden 5 tanesi Şekil 3’te, bu çakıştırmalara karşılık gelen hizalama parametreleri ise Tablo III’te görülebilir. Görsel sonuçlar, bir görüntüdeki yıldızların farklı hizalama parametreleri ile diğer görüntüdeki farklı yıldızlarla çakıştırılarak anlamlı çakıştırma sonuçları oluşturduğunu göstermektedir.



Şekil 3: Yıldızlı bayrak veri kümesindeki hizalama sonuçları.

D. Tekrarlı dairesel örüntüler

Bu testlerde kullanılan, tekrarlı dairesel örüntüler içeren hizalanmamış görüntü çiftleri Şekil 4(a)’da verilmektedir. Bu deneyde önerdiğimiz yöntem ile elde edilen 30 adet çakıştırma örneği arasından seçilen 5 farklı çakıştırma örneği ve karşılık gelen çakıştırma parametreleri sırasıyla Şekil 4’te ve Tablo IV’te verilmiştir. Önerdiğimiz yöntem, bu görüntü çifti için birden fazla anlamlı çakıştırma sonucu üretebilmektedir.



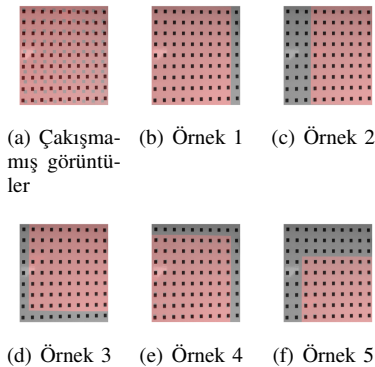
Şekil 4: Tekrarlı dairesel örüntüler veri kümesindeki hizalama sonuçları.

TABLO IV: Tekrarlı dairesel örüntüler veri kümesi üzerinde elde edilen ve Şekil 4'te verilen sonuçlara ait hizalama parametreleri.

	θ	h	t_x	t_y
Örnek 1	89.9406	1.000	1.1700	71.2559
Örnek 2	89.7839	0.9983	-111.2449	72.1993
Örnek 3	89.6869	0.9987	-55.2403	71.2104
Örnek 4	89.6824	0.9999	-112.1107	0.1486
Örnek 5	89.4447	0.9964	55.2236	141.123

E. Tekrarlı karesel örüntüler

Son olarak yaptığımız bu deneyde kullandığımız hizalanmamış girdi görüntü çifti Şekil 5(a)'da gösterilmektedir. MZMC tabanlı çakıştırma ile elde edilen 30 adet çakıştırma örneği arasından seçilen 5 adet örnek Şekil 5'de verilmiştir. Gösterilen örneklere ait olan hizalama parametreleri ise Tablo V'te verilmiştir. Elde edilen sonuçlar, önerdiğimiz yöntemin sonsal dağılımın farklı doruklarından çakıştırma sonuçları çekebildiğini göstermektedir.



Şekil 5: Tekrarlı karesel örüntüler veri kümesindeki hizalama sonuçları.

TABLO V: Tekrarlı karesel örüntüler veri kümesi üzerinde elde edilen ve Şekil 5'te verilen sonuçlara ait hizalama parametreleri.

	θ	h	t_x	t_y
Örnek 1	89.3798	1.0016	-61.0948	0.4868
Örnek 2	89.6376	0.9989	184.1834	-1.0211
Örnek 3	89.1723	0.9990	62.1942	-66.0358
Örnek 4	88.7185	1.0000	-62.1565	66.1580
Örnek 5	89.3362	1.0001	122.2310	199.0864

IV. VARGILAR

Bu çalışmada MZMC tabanlı bir görüntü çakıştırma yöntemi önerilmiştir. Önerdiğimiz yöntem, sonsal dağılımın çok doruklu olduğu durumlarda, farklı doruklardan örnekler çekerek birbirinden farklı ve anlamlı çakıştırma örnekleri üretmektedir. Deneylerde sunulan ön sonuçlar önerdiğimiz yöntemin potansiyelini göstermektedir. Buradaki deneylerde ele aldığımız çakıştırma problemleri için mevcut yöntemler de bizim ürettiğimiz sonuçlardan birine benzeyen sonuçlar üretecektir. Ancak farklı yöntemler farklı sonuçlar üretecek ve diğerlerinin de makul olabileceği bilgisini sağlayamayacaklardır. Oysa bizim yöntemimiz olası çözümlerle ilgili belirsizliği ilkeli biçimde ortaya koyan bir çözüm kümesi sunmaktadır. İlerleyen çalışmalarımızda, önsel dağılımın tek düze dağılımdan farklı olduğu durumları da göz önüne alacak bir yöntem geliştirmeyi amaçlamaktayız.

KAYNAKLAR

- [1] R. Sandhu, S. Dambreville, and A. Tannenbaum, "Particle filtering for registration of 2d and 3d point sets with stochastic dynamics," in *Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, syf. 1–8. IEEE, 2008.
- [2] W. M. Wells, P. Viola, H. Atsumi, S. Nakajima, and R. Kikinis, "Multi-modal volume registration by maximization of mutual information," *Medical image analysis, cilt 1*, syf. 35–51, 1996.
- [3] I. Bankman, *Handbook of medical image processing and analysis*. academic press, 2008.
- [4] W. Wells, P. Viola, H. Atsumi, S. Nakajima, R. Kikinis, J. West, J. Fitzpatrick *et al.*, "Information theoretic similarity measures for image registration and segmentation," *Computer Vision and Image Understanding, cilt 77*, syf. 211–232, 2000.
- [5] A. M. Yağcı, E. Erdil, A. Ö. Argunşah, D. Ünay, M. Çetin, L. Akarun, and F. Gürgeç, "Biomedical image time series registration with particle filtering," in *Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU)*, syf. 1–4. IEEE, 2013.
- [6] Y. Rui and Y. Chen, "Better proposal distributions: Object tracking using unscented particle filter," in *Computer Vision and Pattern Recognition, cilt 2*. IEEE, 2001.
- [7] E. Arce-Santana, D. Campos-Delgado, and A. Alba, "Affine image registration guided by particle filter," *IET Image Processing, cilt 6*, syf. 455–462, 2012.
- [8] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller, "Equation of state calculations by fast computing machines," *The journal of chemical physics, cilt 21*, syf. 1087–1092, 1953.