

Çift Taraflı Kontrol Sistemlerinin Biomedikal Alanda Uygulamaları

Meltem Elitaş¹, Muhammet Ali Hoccoğlu¹, Asif Şabanović¹

¹ Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Sabancı Üniversitesi, İstanbul

{meltemelitas,muhammet}@su.sabanciuniv.edu, asif@sabanciuniv.edu

Özetçe

Hareket kontrol sistemleri tasarlanırken, (a) çevre ile ya da herhangi bir sistem ile etkileşimi olmayan serbest hareket sistemleri, (b) çevre ile veya başka sistemler ile belirli fonksiyonel etkileşimi olan kısıtlı hareket (constrained motion) sistemleri dikkate alınmalıdır. Her iki durumda da kontrol, istenen sistem konfigürasyonu sağlamayı amaçlamaktadır. İstenen sistem konfigürasyonu; yörünge takibi, etkileşim kuvvet kontrolü, empedans kontrolü gibi, bilinen sistem görevlerinin yapısını oluşturma açısından aynıdır. Ele alınan tasarım, belirli fonksiyonel ilişkileri korumak zorunda olan bir çok sistemde uygulanmaktadır. Bu çalışma, çift taraflı sistemlerin bahsettiğimiz kontrol yöntemi ile kontrolü ve benzetim sonuçlarını sunmaktadır.

1. Giriş

Günümüz ameliyatları, bioteknoloji çalışmalarındaki gelişmeler, modern hareket kontrol sistemlerine insan-çevre arasında uyumu sağlayan “elçi” görevi yüklemektedir. Bu çerçevede kontrol sistemlerinin tasarımı geniş bir çalışma alanında değişik nitelikte görevleri gerçekleştirecek şekilde genişletilmiştir. Düşük seviye kontrol görevleri denildiğinde; motor kontrolü, birinci dereceden serbest sistemler, robot manipulatorleri gibi bireysel sistemler düşünülebilir. Sistem seviyesinde kontrol görevleri denildiğinde ise, aynı ya da farklı yapıdaki sistemlerin; çok taraflı etkileşim kontrolü, ana ve bağlı robotların (master ve slave) uzaktan kontrolü, kuvvet yansıtımlı benzetim sistemleri (haptics), paralel mekanizmalar düşünülmelidir. Genel anlamda hareket sistemlerinin kontrolü (i) serbest hareketler – çevre ile ya da diğer sistemler ile etkileşimde bulunmayan, (ii) diğer sistemler ile etkileşimlerine rağmen yörüngesini korumak zorunda olan hareket sistemleri – bozucu etkilerin (disturbance) yok edilmesi görevi, (iii) çevreye ya da başka bir sistemle etkileşimine göre davranışını ayarlanan kısıtlı hareket sistemleri ya da diğer sistemler ile “gerçek ya da sanal” istenen etkileşimini koruyan sistemler ve (iv) bilinmeyen çevreyi operatöre hissettirme yeteneğine sahip uzaktan operasyon sistemlerini kapsar.

Hareket kontrol sistemleri uygulamalarında dağıtılmış denetim sistemleri (decentralized control) umut verici çalışma alanlarından biridir. Dağıtılmış denetim sistemleri, esneklik, hata toleransı, genişletilebilirlik, ve hızlı cevap verebilirlik gibi iyi özellikler taşımaktadır. Dağınık denetim

sistemlerinin, bütünü kapsama mimarisi (subsumption architecture) [1], çok aracı sistemler (multi-agent system) [2], hücre yapısı (cell structure) [3], ve hata toleranslı sistemler (tolerant systems) [4] gibi robot kontrolü alanında bir çok uygulaması vardır. Arimoto and Nguyen [5] belirli koşullar altında sistemin kontrol girişlerinin (input) doğrusal üstüne koyma (superposition) ile tasarlanabileceğini gösterdi. Tatani and Nakamura tekil değer ayrışımına (singular value decomposition) dayanan bir yöntem önerdi [6]. Tsuji, Nishi ve Ohnishi fonksiyonellik tabanlı denetleyici tasarımı geliştirdi [7]. Onal ve Sabanovic fonksiyonelliği kayan kipli kontrol kullanarak çift taraflı kontrol sisteminde uyguladı [8].

Bu çalışmada sunacağımız hareket sistemleri denetleme tasarımı, sistemin fonksiyonel davranışını koordinatlar arasında belirli fonksiyonel ilişkiyi kurma fikrine dayandırmaktadır. Bu yaklaşıma 3-bacaklı bir paralel mekanizmanın konum ve yöneliminin bacak boylarının fonksiyonu şeklinde kontrolü örneği verilebilir [9]. Sistemin görevini, kısıtlayıcı hareketlerin kombinasyonu şeklinde yazmak bazı durumlarda sistemin denetleyici tasarımını kolaylaştırır ve doğrusal olmayan dinamikleri ayrıştırabilir. Esasında bu yöntem kayan kipli denetleyici tasarlama işleminin aynısıdır.

Bildirinin gelişme bölümü denetim ve matematiksel ön hazırlık ile 2. bölümde başlamakta, 3. bölümde denetim probleminin formülasyonu, 4. bölümde denetim girişinin seçimi yer almaktadır. 5. bölümde ise etkileşim altındaki genel sistemlerin denetimi anlatılmakta, çift taraflı kontrol sistemi hesaplamaları ve benzetim sonuçları ile bildiri sonlandırılmaktadır.

2. Matematiksel Ön Hazırlık

Tamamen harekete geçirilmiş (actuated) mekanik sistemlerin (eyleyicilerinin sayısı birincil kütlelerinin sayısına eşit) matematiksel modeli aşağıdaki denklemler ile verilmektedir:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F} - \mathbf{F}_{ext} \quad (1)$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

Burada $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ genelleştirilmiş konumlar, $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ genelleştirilmiş hızlar, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{M} \leq \mathbf{M}(\mathbf{q}) \leq \mathbf{M}$ genelleştirilmiş pozitif tanımlı, sınırlandırılmış parametrelilik eylemsizlik matrisi, $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \leq \mathbf{N}^*$ yerçekimi ve sürtünmeyi içeren bağlayıcı (coupling) kuvvetler vektörünü göstermektedir.

$\|F\| \leq F^+$ genelleştirilmiş giriş kuvvet vektörünü temsil etmekte, $F_{ext} \in R^{n1}$, $\|F_{ext}\| \leq F_{best}$ ise harici kuvvetleri ifade etmektedir. M^-, M^+, N^+ ve F^+, F_{0ext} bilinen büyüklüklerdir.

Harici kuvvetler sistemin q_e konumun çevre ile etkileşimi sonucu oluşur ve genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$F_{ext}(q, q_e) = \begin{cases} F_{ext}(q, q_e), & \text{eğer etkileşim var ise} \\ 0, & \text{eğer etkileşim yok ise} \end{cases} \quad (2)$$

Bir çok durumda sistemlerin etkileşimi yay ve söndürücü ile modellenir böylece etkişim kuvveti konumların doğrusal kombinasyonu olarak $F_{ext} = K_s(q - q_e) + K_D(\dot{q} - \dot{q}_e)$ şeklinde elde edilir. Sistemler arası sanal etkileşim de aynı yöntem ile modellenmektedir.

3. Denetim Probleminin Analizi

Genelleştirilmiş konum ve hız vektörleri mekanik sistemin konfigürasyonunu $\xi(q, \dot{q})$ oluşturur. Genellikle, sistemlerin denetleme görevleri genelleştirilmiş girişin (input) seçimi ile belirlenir.

(i) sistem konum takibi olarak istenen hareketi gerçekleştirir, (ii) sistem çevre ile temas halindeyken tanımlanan kuvveti gösterir, (iii) sistem, çevre ile temasa ya da harici kuvvet girişine istenen empedans ile tepki gösterir. Birinci görev (i) çevre ile etkileşimli ya da etkileşimsiz olarak referans yörüngesi takip etmeyi gerektirir- bundan dolayı çok yüksek rijitlik sağlanmalı ve bozucu etken çok iyi yok edebilmelidir. İkinci (ii) ve üçüncü (iii) görevler çevre ile etkileşim içinde olan sistemler için özelleştirilmişler ve her ikisinde çevre ile temas halindeyken istenen sistem davranışını gösterebilmek için sistem durumlarının (state) değişimini gerektirir. Literatürde genelde bu problem ayrı ayrı ele alınır [8] ve bir görevden diğerine geçiş gerektiren hareket melez kontrol çalışma alanında incelenir [10]. En genel anlamda tamamiyle harekete geçirilmiş mekanik sistemlerin, sistemin istenen konfigürasyonunu sağlama görevi $\xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})$ olarak ifade edilebilir. Denetim sistem gereksinimlerini, mekanik sistemin gerçek ve istenen konfigürasyonlarını sağlayan $\sigma=0_{n1} = (\xi - \xi^{ref})$ için $\sigma(\xi(q, \dot{q}), \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}))=0_{n1}$ olan analitik sınırlamalar ile ifade edilebileceğini kabul edelim. Şimdi kontrol problemi, denetim girişinin seçimi $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{n1}$ 'in çözümü sistem yörüngeleri üzerinde kararlı olacak şekilde tanımlanabilir. Bu formülasyon ile kayan kipli denetim (KKD) formülasyonu, KKD'in $\alpha(\xi, \xi^{ref})=0_{n1}$ 'e ulaşma zamanının sonlu olması koşulu hariç aynı olduğu fark edilmelidir. Bu çalışmada genelliği kaybetmeden, sistem konfigürasyonu genelleştirilmiş konum ve hızların doğrusal kombinasyonu olarak $\xi(q, \dot{q}) = Cq + Q\dot{q}$ yazılabilir ve sonuç olarak $\xi^{ref} = Cq^{ref} + Q\dot{q}^{ref}$ şeklinde ifade edilebilir. Şimdi denetim problemi denetim girişinin seçimi olarak elde edilir ve sistemin durumları S_q manifoldunda kalmaya zorlanır.

$$S_q = \left\{ q, \dot{q} : \sigma(\xi(q, \dot{q}), \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})) = \xi(q, \dot{q}) - \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}) = 0 \right\}, \quad (3)$$

$$\sigma, \xi, \xi^{ref} \in \mathbb{R}^{n1}; C, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}; C, Q > 0,$$

$$\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]^T$$

Burada $\xi^{ref}(q, \dot{q}) \in R^{n1}$ sistemin referans konfigürasyonu olarak kalır ve zamana göre birinci dereceden türevleri ile düzgün sınırlı bir fonksiyondur, $C, Q \in R^{n \times n}$ matrisleri tam ranka sahiptir, $\text{rank}(C) = \text{rank}(Q) = n$. $C, Q \in R^{n \times n}$ matrisleri diyagonal seçilerek (3) bir set n adet birinci dereceden denklem $\sigma_i = g_i(q_i^{ref} - q_i) + h_i(\dot{q}_i^{ref} - \dot{q}_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n$ ile ifade edilebilir.

4. Denetim Girişinin Seçimi

Sistem (1)'nin denetim girişlerinin tasarımı $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{n1}$ 'in kararlılığını sağlar ve manifold (3)'e asimtotik ya da sonlu sürede ulaşır. Denetimi elde etmenin en kısa yolu sistem (1)'in yörüngeleri üzerinde $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{n1}$ 'in çözümü için Lyapunov kararlılık koşullarını uygulamaktır. Lyapunov fonksiyon adayı olarak $v = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma > 0$, zamana göre birinci türevi $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma}$ ile birlikte seçilebilir. Lyapunov fonksiyonun türevi kararlılığı sağlaması için negatif tanımlı olmak zorundadır ve bu $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T \Psi(\sigma) < 0$ ile gerçekleştirilmektedir.

$-\sigma^T \Psi(\sigma) = -\rho \delta < 0$ ile $\rho > 0$ ve $\frac{1}{2} \leq \delta < 1$ kararlılık koşulları sağlanır ve kayan kipli manifoldda sonlu zamanda yakınsama elde edilir. Denklem $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T \Psi(\sigma)$ 'den $\sigma^T (\dot{\sigma} + \Psi(\sigma)) = 0$ elde edilir ve sonuç olarak kontrol $\dot{\sigma} + \Psi(\sigma) = 0$ sağlayacak şekilde seçilmektedir. (3)'ün türevini alıp (1). denklemde yerine koyunca $C, Q \in R^{n \times n}$ sabit ve $(QM^{-1})^{-1}$ oluşması kabulleri altında (4). ifade oluşturulur.

$$(\dot{\sigma} + \Psi(\sigma))_{\sigma=0} = QM^{-1}(F - F_{eq}) + \Psi(\sigma) = 0 \quad (4)$$

Denetim girişi ise (5). denklemdeki gibi elde edilebilir.

$$F = F_{eq} - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) \quad (5)$$

$$F_{eq} = (F_{ext} + N) - (QM^{-1})^{-1} (C\dot{q} - \dot{\xi}^{ref})$$

Denetim girişi F_{eq} , $\dot{\sigma} = 0$ analitik denklemden elde edilir. Kontrol girişinin bu değeri $\sigma = 0$ çözümünü sıfır başlangıç koşulları ile sağlar. Açık olarak denetim girişinin yapısı $\Psi(\sigma)$ 'in seçimine bağlıdır, $\Psi(\sigma)$ ise $\sigma = 0$ çözümü için kararlılık koşullarını sağlayacak şekilde seçilerek $\sigma \rightarrow 0$ gösterir. Sistem (1)'in hareket denklemi (5) numaralı kontrol ile (3)'ün kararlı çözümünün oluşmasını aşağıdaki gibi sağlar.

$$M\ddot{q} + N = F_{eq} - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) - F_{ext} \quad (6)$$

$$M\ddot{q} + N = (F_{ext} + N) - (QM^{-1})^{-1} (C\dot{q} - \dot{\xi}^{ref}) - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) - F_{ext}$$

$$M\ddot{q} = (QM^{-1})^{-1} \left[(\dot{\xi}^{ref} - C\dot{q}) - \Psi(\sigma) \right] = M\ddot{q}^{des}$$

$Q \in R^{m \times m}$ ve $M \in R^{m \times m}$ matrislerinin tam rankı olduğundan $(QM^{-1})^{-1} = MQ^{-1}$ (5) aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\ddot{q}^{des} = Q^{-1} \left[\left(\xi^{ref} - C\dot{q} \right) - \psi(\sigma) \right] \quad (7)$$

$$\dot{q} = \dot{q}^{des}$$

Sistem (1)'nin hareketi (7), (5)'in denetimi altında, (3) manifoldunun seçimine (matris C ve Q) ve referans konfigürasyonu $\xi^{ref} \in R^{m \times 1}$ 'a bağlıdır. Kapalı döngü sistemi

$\frac{d}{dt} Q^{-1} \left[\left(\xi^{ref} - C\dot{q} \right) - \psi(\sigma) \right]$ ile tanımlanan, istenilen ivme ile ivme denetimi gerçekleştirir. $\psi(\sigma) = D\sigma$ için hareket (7)

$\xi^{ref} = Cq^{ref} + Q\dot{q}^{ref}$ aşağıdaki formu oluşturur.

$$\ddot{q} = \left[\left(C\dot{q}^{ref} + Q\ddot{q}^{ref} - C\dot{q} \right) - D\sigma \right]$$

$$\dot{q} = \dot{q}^{ref} - Q^{-1} (C + DQ) (\dot{q}^{ref} - \dot{q}) - Q^{-1} DC (\dot{q}^{ref} - \dot{q})$$

$$\dot{\sigma} + D\sigma = 0$$

Hareket (8), tasarım parametreleri (C , D ve Q matrisleri) ve eğer $D \in R^{m \times m}$ matrisi diagonal seçilir ve manifold (3)'e \mathcal{E} komşulukta yeterince yakın olursa, manifoldu oldukça hızlı yakalar ve sistemin hareketi C ve Q matrisleri tarafından tanımlanan baskın kutuplar tarafından belirlenir. Eğer denetim, manifoldu (3) sonlu sürede yakalayacak şekilde seçilir ve KKD, D matrisinin n kutubu yerine orijindeki n kutup ele alırsa hareket $C\Delta q + Q\Delta \dot{q} = 0$ ile yönetilir. $\Delta q = q^{ref} - q$ ve sonuç olarak $t \rightarrow \infty$ iken

$\Delta q = q^{ref} - q \rightarrow 0$ olur. (8). denklem ideal durumda hareketin denkleminin sistemin çevre ile etkileşimine göre değişmediğini gösterir, bundan dolayı bu çözüm mekanik sistemlerin konum takibi için uygundur.

Sistemin referans konfigürasyonu $\xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})$ değiştirilerek hareketi değiştirilebilir. Denetimin amacı ve sistemin davranışının tanımı açıkça sistemin referans konfigürasyonun seçimine ve sistemden istenen özelliklere bağlıdır. Gelecek bölümlerde gerçek ya da sanal belirli fonksiyonel ilişkileri gerçekleştirecek referans konfigürasyonun seçimi ele alınacaktır. Sisteme etki eden harici kuvvetin bozan etkileri de içerdiğini ve bu etkilerin sistemin denetleyicisi tarafından yok edilirken sistem ve çevre arasındaki etkileşim kuvveti $g_{ij}(q, q_e)$ 'nin korunması

gerektiği kabul edilirse, sisteme etki eden harici kuvvet $F_{ext} = F_d + g_{ij}$ olur. Denetim görevi olarak, yörünge takibi gereksinimini ve sistem konfigürasyonu değişikliği olarak sistem ve çevre arasında istenen etkileşimin korunmasını ele alalım. Mekanik sistemler için yörünge takibi en temel görev olduğundan $\xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})$ fonksiyonu istenen yörüngeye bağlıdır ve yörünge çevre ile istenen etkileşimi korumak için değişebilmelidir. Sistem (1)'in bu davranışı istenen manifoldun (3) çevresel etkileşim denetimini içermesi gerekir. İlaveten, hareket sistemleri çevre ile etkileşim içerisindeyken sistem yörüngesini sistem ve çevre arasındaki etkileşimi korumak için ayarlamalıdır. Her iki gereksinimi gerçekleştirecek olası bir yapı (9). denklemdeki gibi seçilebilir.

$$S_{qg} = \left\{ q, \dot{q} : \xi(q, \dot{q}) - \xi^{ref} - \vartheta \left(\Delta g_{ij} \right) + \Gamma g_{ij} = \sigma = 0 \right\} \quad (9)$$

$$\xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}) = Cq^{ref} + Q\dot{q}^{ref};$$

$$\xi(q, \dot{q}) = Cq + Q\dot{q}$$

$$g_{ij} = \begin{cases} g_{ij}(q, \dot{q}, q_e, \dot{q}_e) & \text{çevre ile etkileşim var} \\ 0 & \text{çevre ile etkileşim yok} \end{cases}$$

Etkileşim denetim girişi $\mathcal{U}(F_e)$, $S_F = \left\{ (q, \dot{q}) : F(q, \dot{q}) - F^{ref}(t) = \sigma_F = 0 \right\}$ manifoldunda sistem hareketinin kararlılığını koruyabilecek denetim, [9]'da hesaplanmıştır. Sistemde etkileşim olmadığı zaman $\vartheta = (\Delta g_{ij})$ sıfır olmalıdır.

5. Etkileşim Altındaki Genel Sistemlerde Denetim

Yukarıda bahsettiğimiz durumda, etkileşim altında bir tek sistemin denetimi ele alındı, diğer sistemlerin etkileşime katılan hareketleri bozucu etken kabul edildi. Hareket denetim sistemlerinin belirli sistem konfigürasyonları istenen fonksiyonel ilişkiyi korur (çift taraflı kontrol sistemleri ve kooperatif robotlar vb.). Bu tür sistemlerde denetim bütün alt sistemlerde fonksiyonel ilişkiyi sağlayacak şekilde korunmalıdır. Benzer durum "fonksiyonel kontrol" çerçevesinde [7], "sistem rolü" kavramı "kullanıcı tarafından robottan istenen tanımlama" ve "sistem rolünün minimum bileşenleri" olarak tanımlanan "basit fonksiyonlar" ile gösterilerek incelendi. Tasarım aşamasında uygulanan işlemler adım adım aşağıdaki gibi önerildi.

- (i) Denetim tasarımcısı sistem rolünü belirler,
- (ii) Tasarımcı sistem rolünü basit bileşenlere ayırır,
- (iii) Fonksiyonların önem sırası belirlenir,
- (iv) "Fonksiyonel uzaya" geçiş yapılır,
- (v) Robot uzayındaki nesnelere için fonksiyon tabanlı denetleyiciler tasarlanır ve bu nesnelere için gerçek denetim girişlerini bulabilmek amacıyla robot uzayına geri dönüşüm yapılır.

n adet tek serbestlik dereceli hareket sistemlerinin herbiri aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$S_i : m_i(q_i)\ddot{q}_i + n_i(q_i, \dot{q}_i, t) = f_i - f_{iext}, i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$S : M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}, t) = BF - d_{\Sigma} \quad (11)$$

$q \in \mathcal{R}^{n \times 1}$, $rank B = rank M = n$, N, d_{Σ} vektörleri eşleşme koşullarını sağlar.

S sisteminden istenen görev, $\phi \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ düzgün, doğrusal, bağımsız fonksiyonlar seti $\zeta_1(q), \zeta_2(q), \dots, \zeta_n(q)$ ve görev vektörü $\phi^T = [\zeta_1(q) \dots \zeta_n(q)]$ ile gösterilir.

(11) ile gösterilen sistemin denetim tasarımını inceleyelim, görev vektörü $\phi \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ düzgün referansını $\Phi^{ref} \in \mathcal{R}^{n \times 1}$ takip etsin.

Kayan kipli manifold $\sigma_{\phi} \in \mathcal{R}^n$,

$$S_{\phi} = \left\{ (q, \dot{q}) : \xi_{\phi}(q, \dot{q}) - \xi_{\phi}^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}) = \sigma_{\phi} = 0 \right\} \quad (12)$$

(12) ile tanımlansın.

$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial q} \end{bmatrix} \dot{q} = J_\phi \dot{q}^1, J_\phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial q} \end{bmatrix}$ ile $\hat{B} = J_\phi M^{-1} B$ hesapladığında $\ddot{\phi} = \hat{B}F + \hat{d}_\Sigma$ ve $\hat{d}_\Sigma = J_\phi M^{-1} (-N(q, \dot{q}, t) d_\Sigma) + \dot{J}_\phi \dot{q}$ alınarak $\ddot{\phi} = \hat{B}F + \hat{d}_\Sigma$ 'e karar verilebilir. $\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \phi} \end{bmatrix} = C_\phi$ 'ı tanımlayarak ve sistem hareket manifoldu S_ϕ 'nin iz düşümü $\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \phi} \end{bmatrix} = C_\phi$,

$$\frac{d\sigma_\Phi}{dt} = Q_\Phi \hat{B}F + (\hat{d}_\Sigma + C_\phi \dot{\phi} - \xi_\Phi^{ref}) \quad (13)$$

(13) nolu denklem ile ifade edilebilir. $\hat{d}_\Phi = \hat{d}_\Sigma + C_\phi \dot{\phi} - \xi_\Phi^{ref}$ ve $F_\Phi = Q_\Phi \hat{B}F$ ile $\dot{\sigma}_\Phi = F_\Phi + \hat{d}_\Phi$ şeklinde basitleştirilebilir. Sanal nesnelere tanımlayan n adet birince dereceden sistem $\dot{\sigma}_{\Phi_i} = F_{\Phi_i} + \hat{d}_{\Phi_i}, i=1, \dots, n$ formunda yazılır ve bu sistem için F_{Φ_i} denetimi kolay ve (8). algoritma veya denetimin değişimi doğrudan uygulanabilir. Eğer $(Q_\phi \hat{B})^{-1} = (Q_\phi J_\phi M^{-1} B)^{-1}$ oluşursa, ters dönüşüm ile orjinal durum uzayındaki denetim $F = (Q_\phi \hat{B})^{-1} F_\phi$ elde edilir. $M \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ve $B \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ kare ve tam ranklı matrisler olduğundan $(Q_\phi J_\phi M^{-1} B)^{-1}$ 'ün oluşması için J_ϕ ve Q_ϕ 'nun sağlaması gereken koşullar belirlenebilir.

$J_\phi, Q_\phi, M, B \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ve $\text{rank}(Q_\phi J_\phi) = n$ olduğundan F'in bir tek çözüme sahip olması için gereken koşullar sağlanmaktadır.

5.1 Çift Taraflı Kontrol

Çift taraflı kontrol, ana robot ve bağlı robotun birbiri ile etkileşimini belli bir uyum içerisinde kontrol etmeye dayanan kısıtlı hareket sistemidir. Bağlı robotun görevi, operatörün ana robota verdiği konum referansını takip etmektir. Bağlı robotun çevre ile etkileşiminden bir etki kuvveti oluşmaktadır ve bu kuvvet tepki kuvveti olarak ana robot aracılığı ile operatöre iletilmektedir. Kısaca, çift taraflı kontrol operatörün doğrudan temasta bulunmadığı ortamdaki etkileşim kuvvetlerini işlemi herhangi bir aracı olmadan yapıyor muşcasına hissetmesidir. Operatörün hissettiği kuvvetin gerçek etkileşim kuvveti ile uygunluğuna "şeffaflık" (transparency) denir ve çift taraflı kontrol sistemlerinde kararlılıktan sonra sağlanması gereken en önemli unsurdur [9].

Çift taraflı sistemlerden beklenen ideal davranışlardan biri ana ve bağlı robotun konumlarının birbirine eşit olması, diğeri ise bu robotlarda oluşan kuvvetlerin eşit büyüklükte, zıt yönlü, etki-tepki kuvveti olmasıdır. Tasarlanan denetim sisteminin (14) ve (15) sağlaması gerekir.

$$x_m = x_s \quad (14)$$

$$F_m = -F_s \quad (15)$$

Ana ve bağlı robotlara uygulanan kuvvetler ise (16) ve (17) eşitlikleri ile elde edilir.

$$F_m = K_{F_m} i_m = K_{F_m} i_h \quad (16)$$

$$F_s = K_{F_s} i_s \quad (17)$$

Ana ve bağlı robotların dinamik denklemleri (18) ve (19) eşitlikleri ile verilmektedir.

$$M_m \ddot{x}_m = K_{F_m} i_h - F_{md} \quad (18)$$

$$M_s \ddot{x}_s = K_{F_s} i_s - F_{sd} \quad (19)$$

Tablo 1: Ana ve bağlı robotların parametreleri

| Parametreler | Açıklamalar |
|------------------------------------|---|
| $F_h, (F_e)$ | Ana (bağlı) robota uygulanan kuvvet |
| $F_m, (F_s)$ | Ana (bağlı) robotta oluşan kuvvet |
| $F_{md}, (F_{sd})$ | Ana (bağlı) robota uygulanan bozucu etken |
| $M_m, (M_s)$ | Ana (bağlı) robotun kütlesi |
| $K_{F_m}, (K_{F_s})$ | Ana (bağlı) robot için kuvvet sabiti |
| $x_m^{ref}, (x_s^{ref})$ | Ana (bağlı) robot için konum referansı |
| $\dot{x}_m, \dot{x}_m, \ddot{x}_m$ | Ana robotun konumu, hızı, ivmesi |
| $x_s, \dot{x}_s, \ddot{x}_s$ | Bağlı robotun konumu, hızı, ivmesi |
| $i_m, (i_s)$ | Ana (bağlı) robot için akım girişi |
| i_h | Ana robot için insanın ürettiği akım girişi |

Bu çalışmada, kayan kipli kontrol için kayma yüzeyi; konum kontrolü için oluşturulan ve konum hatasına dayanan kayma yüzeyi (20) ile kuvvetlerin toplamından oluşan kuvvet hatasına dayanan kayma yüzeyi (21)'in kesişimi olarak alınır ve çift taraflı kontrol bu iki yüzeyin kesişiminden oluşan (23)'de gerçekleşir.

$$S_x = \{(x_m, x_s) : \xi_m(x_m, \dot{x}_m) - \xi_s(x_s, \dot{x}_s) = \sigma_x = 0\} \quad (20)$$

$$S_F = \{(x_m, x_s) : F_h(x_m, \dot{x}_m) + F_e(x_s, \dot{x}_s) = \sigma_F = 0\} \quad (21)$$

Operatörün empedansını dikkate aldığımızda $F_m = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m$, ana robot için oluşturulan kayma yüzeyi aşağıdaki gibi yeniden formüle edilebilir.

$$S_F = \{(x_m, x_s) : (C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m) + (C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s) = \sigma_F = 0\} \quad (22)$$

$$S_B = \{(x_m, \dot{x}_m, x_s, \dot{x}_s) : S_x \cap S_F, \sigma_x \cap \sigma_F = 0\} \quad (23)$$

Konum hatası ve kuvvet hatası (24) ve (25) de verilmiştir.

$$\varepsilon_x = x_m - x_s \quad (24)$$

$$\varepsilon_F = F_m + F_s \quad (25)$$

(20)'deki konum kayma yüzeyi, (21)'deki kuvvet kayma yüzeyi hatalar cinsinden

$$S_x = \{(x_m, x_s) : \dot{\varepsilon}_x + C_x \varepsilon_x = \sigma_x = 0\} \quad (26)$$

$$S_F = \{(\varepsilon_{x+}, \dot{\varepsilon}_{x+}, x_s) : C_h \dot{\varepsilon}_{x+} + D_h \ddot{\varepsilon}_{x+} + (C_e - C_h) \dot{x}_s + (D_e - D_h) \ddot{x}_s = \sigma_F = 0\} \quad (27)$$

(27)'deki gibi elde edilebilir.

Sistem bozucu etken gözlemcisi kullanılarak, (28)'deki gibi tanımlanan harici kuvvetler ve bozucu etkenlerin olmadığı, nominal sistem haline getirilir.

$$\varsigma(x_s, \dot{x}_s) = (C_e - C_h) \dot{x}_s + (D_e - D_h) \ddot{x}_s \quad (28)$$

Sistem hareketinin kesişim yüzeyine iz düşümü aşağıdaki eşitlikler ile ifade edilir.

$$\sigma_x = \dot{\epsilon}_x + C_x \epsilon_x \quad (29)$$

$$\dot{\sigma}_x = \left(\frac{1}{M_m} F_m - \frac{1}{M_s} F_s \right) + C_x \dot{\epsilon}_x \quad (30)$$

$$\dot{\sigma}_F = \left(D_h \ddot{x}_+ + C_h \dot{x}_+ \right) + \zeta(x_s, \dot{x}_s) \quad (31)$$

$$\dot{\sigma}_F = D_h \left(\frac{1}{M_m} F_m + \frac{1}{M_s} F_s \right) + \zeta(x_s, \dot{x}_s) \quad (32)$$

(30) ve (32) denklemleri $\dot{\sigma}_x = i_{\epsilon x-}$ ve $\dot{\sigma}_F = i_F$ şeklinde yeniden düzenlenebilir. Bu denklemler iki basit birince dereceden sistemi ifade eder ve kontrol seçimi kararlılığı $S_B = S_x \cap S_F$ kesişim yüzeyinde oluşmaya zorlar.

Kararlılığı ve şeffaflılığın sağlanması amacıyla kullanılan KKD [9] çalışmasında elde edilmiştir ve benzetimde Tablo 2'deki parametreler kullanılmıştır.

Tablo 2: Kayan Kipli kontrol parametreleri

| Parametreler | Değerler |
|--------------|----------|
| C | 30 |
| D | 1000 |
| Ku | 0.000001 |

Konum hatasına dayanan “fark sanal nesnesi” (33)’deki gibi oluşturulur, bozucu etkileri ortadan kaldırdığımızda konum kontrolü için gerekli giriş ise (34)’de verilmiştir.

$$\ddot{\epsilon}_{x-} = \ddot{x}_m - \ddot{x}_s \quad (33)$$

$$i_{\epsilon x-} = \frac{K_{Fm}}{M_m} i_h - \frac{K_{Fs}}{M_s} i_s \quad (34)$$

Kuvvet denetleyicisi tasarımı için operatörün uyguladığı kuvvet ve çevre ile etkileşim sonucu oluşan kuvveti modellemeye Tablo 3 ile verilen değerler kullanılmaktadır. Kuvvetler aşağıdaki denklemler ile hesaplanmaktadır.

$$F_m = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m \quad (35)$$

$$F_s = C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s \quad (36)$$

$$\dot{\epsilon}_{F+} = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m + C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s \quad (37)$$

$$i_{F+} = C_h \dot{x}_m + C_e \dot{x}_s + D_h \frac{K_{Fm}}{M_m} i_h + D_e \frac{K_{Fs}}{M_s} i_s \quad (38)$$

Kuvvetleri toplayarak oluşturduğumuz “toplam sanal nesnesinin” dinamik denklemi (37)’de, bozucu etkenleri yok ederek oluşturduğumuz kontrol girişi ise (38)’de verilmiştir.

5.2 Benzetim Sonuçları

Benzetim için uygulanan senaryoda ana robota operatör tarafından bir kuvvet uygulanır ve ana robotun konumu değişir, konum değişikliği bağıl robotun takip etmesi gereken yörüngeyi oluşturur. Bu koşullar için denetimin görevi $\epsilon_x \rightarrow 0$ yapmaktır. Bağıl robotun bulunduğu çevrede sinusoidal bir engel oluşturulup, etkileşim kuvvetleri bu engelin fonksiyonu şeklinde ifade edilmektedir. Bağıl robotun hareketi sonucu engelle teması etkileşim kuvvetini oluşturur ve bu kuvvet ana robot için referans olmaktadır. Kuvvetler için uygulanan denetim ile $\epsilon_F \rightarrow 0$ yapmak hedeflenmiştir.

Yukarıdaki senaryoya bağlı kalınarak iki benzetim sonucu sunulmaktadır. I. benzetimde, operatör ve çevreyi modellemeye aynı empedans değerleri kullanılırken, II.

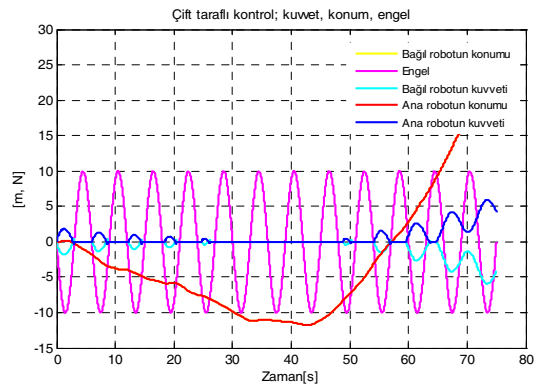
benzetimde empedans değerleri Tablo 3 de gösterildiği şekilde değiştirilmiştir.

Tablo 3: İnsan ve çevre modelleme parametreleri

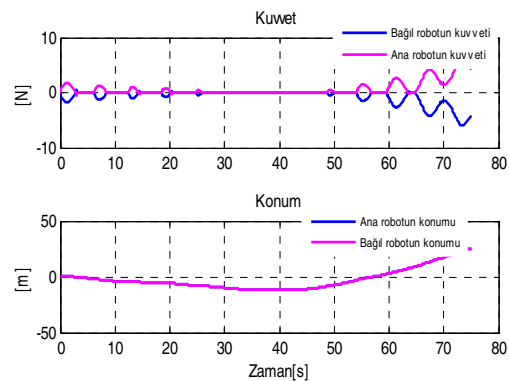
| | | |
|---|-------------------|--|
| I. Benzetim Yay (C) katsayısı Söndürücü(D) katsayısı | Operatör ve Çevre | $C_h = C_e = 0.17658$ $D_h = D_e = 0.03476$ |
| II. Benzetim Yay (C) katsayısı Söndürücü(D) katsayısı | Çevre için | $C_e = 0.17658$ $D_e = 0.03476$ |
| | Operatör için | $C_h = 0.1555$ $D_h = 0.0111$ |

5.2.1 I. Benzetim

Şekil 1, çift taraflı kontrol benzetiminde incelediğimiz çıkışların tümü gösterilmiştir. Bu grafikte vurgulanmak istenen kuvvet ve engel ilişkisidir. Ana ve bağıl robotların konumları engelle dokunmadığında robotlara herhangi bir kuvvet etki etmemektedir. (örnek: 30. ve 47. saniyeler arasında sistemin cevabı.)

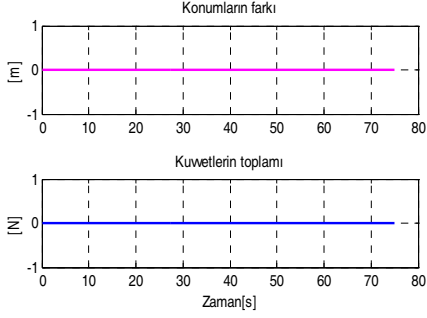


Şekil 1: Çift taraflı sistemin çıkışları



Şekil 2: I. Benzetim kuvvet – konum grafikleri

Operatör ve insanı modellemeye kullanılan yay-söndürücü parametrelerinin aynı olmasından etki-tepki kuvvet çiftleri oluşmaktadır. Konumlar tamamen birbirini takip etmektedir.

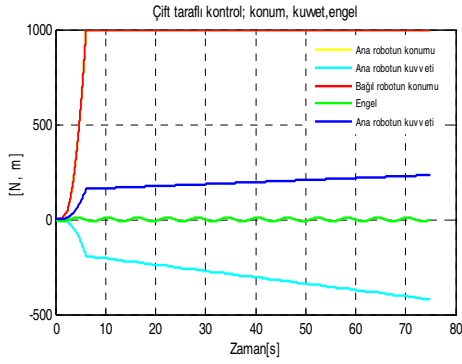


Şekil 3: I. Benzetim hata grafikleri

Şekil 3'de $\varepsilon_x \rightarrow 0$ ve $\varepsilon_F \rightarrow 0$ gösterilmiştir.

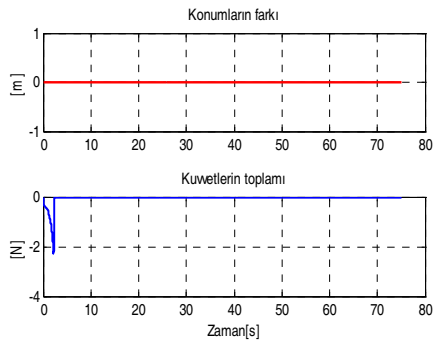
5.2.2 II. Benzetim

Şekil 4, çevre empedansının değiştirilmesi durumunda elde edilen çıkışları göstermektedir. Robotların konumları konum limitine girip sabit kalırken, kuvvetler üzerinde bir denetim söz konusudur. Bu benzetim için de I. Benzetimde kullanılan engel modeli kullanılmıştır.



Şekil 4: II. Benzetim kuvvet – konum grafikleri

Şekil 5'deki kuvvetlerin toplam hatası, operatör ve çevreyi modellemede kullanılan parametrelerin farklılığından dolayı başlangıç anında sıfırdan farklıdır.



Şekil 5: II. Benzetim hata grafikleri

6 Sonuçlar

Bu çalışmada hareket denetiminin görevleri, kararlılığın sistem durum uzayında seçilen manifoldda olmasını sağlamaktadır. Sistemim diğer sistemler ile ya da çevre ile etkileşimine bakmaksızın bütün hareket sistemlerinde uygulanabilecek denetleyici tasarımı sunulmuştur. Bu yaklaşım, etkileşimli sistemler arasında istenilen fonksiyonel ilişkiyi korumaya dayanan, çift taraflı kontrol ve fonksiyonel kontrol gibi sistemlerde de uygulanabilmektedir. Benzetim sonuçları, sunulan denetim sisteminin çift taraflı kontrol sistemlerindeki performansını göstermektedir.

7 Teşekkür

Bu çalışma kısmen, Meltem Elitaş'a verilen Yousef Jameel bursu, Muhammet Ali Hocaoğlu'na verilen SÜ İç Araştırma Fonu No. IACF06-00417 ve 104E021 nolu TÜBİTAK projesinin katkılarıyla olmuştur.

8 Kaynakça

- [1] R. A. Brooks, *A Robust Layered Control System For A Mobile Robot*, IEEE J. R. & A, vol. RA-2, No. 1, pp. 14–23, 1986.
- [2] M. C. L. Sabatucci, and A. Chella, *A Possible Approach to the Development of Robotic Multi-Agent Systems*, Proc. IEEE/WIC Int. Conf. Intelligent Agent Technology, pp. 539–544, 2003,
- [3] T. Ueyama, T. Fukuda, F. Arai, Y. Katou, S. Matsumura and T. Uesugi, *A Study on Dynamically Reconfigurable Robotic Systems*, (10th Report, Distributed Control Structure for Organization using an Evaluation of Network Energy for Group Structure of Cebot) J. JSME, Part C, Vol. 58, No. 549, pp. 132–139, (in Japanese), 1992.
- [4] Y. Fujimoto, T. Sekiguchi, *Fault-Tolerant Configuration of Distributed Discrete Controllers*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 50, No. 1, pp. 86–93, (2003).
- [5] S. Arimoto, P. T. A. Nguyen, *Principle of Superposition for Realizing Dexterous Pinching Motions of a Pair of Robot Fingers with Soft-tips*, IEICE Trans. Fundamentals, vol. E84-A, No. 1, pp. 39–47, 2001.
- [6] M. Okada, K. Tatani, Y. Nakamura, *Polynomial Design of the Nonlinear Dynamics for the Brain-Like Information Processing of Whole Body Motion*, Proc. of IEEE Int. Conf. on R & A, pp. 1410–1415, 2002.
- [7] T. Tsuji, K. Ohnishi, *A Controller Design Method of Decentralized Control System*, IEEJ Int. Power Electronics Conf. (IPEC-NIIGATA), 2005.
- [8] C. D. Onal and A. Sabanovic, *Bilateral Control with a Reflex Mechanism on the Slave Side*, Proc. of the 31st Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON2005), pp. 195–200, 2005.
- [9] M. Elitas, A. Sabanovic, *Controlling Interactions in Motion Control Systems*, The 5th IFAC Intl. WS DECOM-TT-2007
- [10] M. R. Raibert and J.J. Craig, *Hybrid position/Force Control of Manipulators*, J. Dyn. Sys. Contr., vol. 102, 126–133, 1981.