

Seyrek SAR Görüntüleme için Yön Değiştiren Çarpanlar Yaklaşımı

An Alternating Direction Method of Multipliers for Sparse SAR Imaging

H. Emre Güven
Radar, Elektronik Harp ve İstihbarat (REHİS)
Grup Başkanlığı, ASELSAN A.Ş.
Ankara, Türkiye
Email: heguven@aselsan.com.tr

Müjdat Çetin
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi
Sabancı Üniversitesi
İstanbul, Türkiye
Email: mcetin@sabanciuniv.edu

Özetçe —Bu bildiriye, seyrek SAR görüntüleme problemi için, kısıtlı 1-norm enküçültme problemine bir çözüm sunulmaktadır. Sunulan teknik, eniyileme problemlerinin çözümü için yeni geliştirilmiş olan Genişletilmiş Lagrange Yöntemleri'nden Yön Değiştirmeli Çarpanlar Yöntemi'ne (YDÇY) dayanmaktadır. Burada SAR görüntüleme için, kısıtlı eniyileme problemleri için geliştirilmiş bir Genişletilmiş Lagrange Yöntemi (GLY) olan C-SALSA kullanılmakta; bu yöntemin SAR görüntülemeindeki etkinliğinin anlaşılması için farklı yöntemler ile karşılaştırılma yapılmaktadır.

Anahtar Kelimeler—Seyrek SAR Görüntüleme, Dışbükey Eniyileme.

Abstract—In this paper, we present a solution to the constrained 1-norm minimization problem for sparse SAR imaging. The technique we present relies on recent advances in the solution of optimization problems, based on Augmented Lagrangian Methods (ALMs), in particular the Alternating Direction Method of Multipliers. Here, we present an application of C-SALSA (an ALM for constrained optimization problems) to SAR imaging. We then compare the performances of several techniques to understand the effectiveness of ALMs in the context of SAR imaging.

Keywords—Sparse SAR Imaging, Convex Optimization.

I. GİRİŞ

Bu bildiriye Genişletilmiş Lagrange Yöntemi'ne (GLY) dayalı olarak seyrek SAR görüntülerinin dışbükey eniyileme ile çözümü için bir yöntem ele alınmaktadır. SAR görüntüleme halihazırda seyreklik tabanlı teknikler bilinmekte ise de uygulamada kullanımlarını güçleştiren önemli bir etken, bu yöntemlerin sahip olduğu yüksek hesaplama bedelidir. Bu açıdan, yeni eniyileme tekniklerine dayalı olarak hesapsal karmaşıklığın azaltılması önem taşımaktadır. Bu çalışmanın amacı, Sıkıştırılmış Algılama tabanlı SAR uygulamalarına yönelik olarak hesapsal verimliliği yüksek algoritmaların geliştirilmesidir.

Yön Değiştiren Çarpanlar Yöntemi (YDÇY) daha önce işaret ve görüntü gerikazanım problemlerinde başarı ile kullanılmış olan bir tekniktir [1]. YDÇY, kısıtsız çok-hedefli dışbükey eniyileme problemlerinin parçalara bölünmesi ve

bunu takiben elde edilen terimler üzerinde doğrusal-olmayan blok Gauss-Seidel yaklaşımı uygulanmasına dayanmaktadır. Sonuçta elde edilen yöntemin, zorlayıcı olmayan koşullar altında yakınsaması garanti edilmektedir [1]. Bu çalışmada YDÇY'nin seyrek SAR görüntüleme problemine uygulanması incelenmektedir.

II. GENEL BİLGİLER

A. SAR Veri Modeli

SAR veri modeli, görüntü piksellerini veri vektörü ile ilişkilendiren fonksiyon açısından, bölge odaklı SAR görüntülemeindeki faz geçmişi verisinde olduğu gibi doğrusal kabul edilebilmektedir. Matematiksel açıdan, gerikazanılmaya çalışılan görüntü vektörü sıralı olarak indislenmiş piksel değerlerinin $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ ile gösterildiği durumda, ölçüm vektörü $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$ ile ilişkisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (1)$$

Burada $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^M$ eklenen gürültü vektörünü göstermekte ve tipik olarak Gauss dağılımından gelmektedir. Veri \mathbf{y} faz geçmişi uzayında yer alabilir. Bu durumda \mathbf{B} matrisi uzamsal Fourier dönüşümüne ait operatör ile ilişkilidir; veya \mathbf{y} standart görüntü gerikazanım yöntemleri ile elde edilmiş bir SAR görüntüsüdür, ve bu durumda \mathbf{B} matrisi görüntüleme işleminin tamamına ait noktasal dağılım fonksiyonu ile ilişkili operatörü simgeler. Bu bildiriye, verinin faz geçmişi uzayında yer aldığı varsayılmakta, bu nedenle SAR görüntüsü vektörü ve SAR verisi arasındaki ilişki iki-boyutlu Fourier dönüşümü ile modellenilmektedir. Bununla birlikte, görüntü gerikazanım algoritmalarında Fourier dönüşümüne ait matris hafıza gereksinimini azaltmak amacıyla genelde açık şekilde oluşturulmamakta, ancak ilgili matris-vektör çarpımlarını gerçekleştirmek için FFT işlemleri kullanılmaktadır.

B. Seyrek gerikazanım yaklaşımları

Bu bildiriye, güçlendirilmiş öznitelikli görüntüleme yöntemi [2] ile karşılaştırma yoluyla, nokta yansıtıcı yapısına sahip özniteliklerin vurgulandığı görüntüler üzerinde durulmakta ve

C-SALSA [1] yöntemine dayalı olarak SAR görüntüleme yaklaşımı ele alınmaktadır. Seyreklik tabanlı görüntüleme problemi için, seyrekliğin SAR görüntü uzayında bulunması (yani noktasal özneliklere odaklanması) durumunda, $p = 1$ değeri için

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_p \quad (2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Başka p -norm seçimleri de mümkün olup, $p < 2$ için seyrekliği teşvik edici sonuçların elde edildiği bilinmektedir [2].

Problemin alternatif bir formu, verideki gürültü büyüklüğünün kısıtlanması ile ifade edilebilmektedir. Bu durumda verideki hatanın normu belirlenen bir ϵ değerinden küçük olmaya zorlanarak çözüm bulunur. İşaret-gürültü-oranının bilindiği veya kestirilebildiği durumlarda ϵ değeri seçimi kolayca yapılabileceğinden bu form parametre seçimini kolaylaştırmaktadır.

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \|\mathbf{x}\|_p \\ & \text{subject to} && \|\mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon \end{aligned} \quad (3)$$

$p = 1$ değerinin seçildiği durumda gerikazanılan görüntülerde seyreklik özelliği vurgulanmış olmaktadır.

(2)'deki gibi kısıtsız problemler için GLY karşılaştırma için düzenleştirmeye dayalı teknikler ile birebir eşlemeye daha uygun olsa da, işaret-gürültü-oranının kestirilebildiği durumlarda parametre seçiminin kolaylığını sağlaması açısından (3)'teki problem formu burada tercih edilmiştir. Düzenleştirme parametrelerinin seçimi için farklı yöntemler bulunmakta olup, genellikle farklı parametre adayları için ilgili eniyileme probleminin çözümlerini sonuçun değerlendirilmesine dayalı serileştirilmiş bir yöntem izlemek gerekmektedir [1], [4]. Karşılaştırma amacıyla, burada önceden seçilen bir düzenleştirme parametresi λ için (2)'deki problem nokta-yansıtıcı vurgulu yöntem (NYVY) [2] ile elde edilmekte, bunun ardından elde edilen hata vektörünün normu (3)'deki ϵ değerinin yerine konularak bir çözüm elde edilmektedir. Uygulamada, değişitisi σ^2 olan bir gürültü vektörü ($E[\mathbf{nn}^H] = \sigma^2\mathbf{I}$) için, hata yarıçapı parametresi $\epsilon = \sqrt{M^2 + 8M\sigma}$ [1] olarak seçilebilir, ancak ϵ değeri için başka seçimler de mümkündür.

NYVY ile ilgili daha ileri seviye detaylar referans [2]'de bulunabilir. Takip eden bölümde, C-SALSA [1] algoritmasının SAR görüntülemeye uygulanması ele alınmaktadır.

III. YDÇY'NİN SAR GÖRÜNTÜLEMeye UYGULANMASI

A. C-SALSA

(3)'teki problem $p = 1$ değeri için şu şekilde ifade edilebilir [1]:

$$\text{minimize}_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1 + \iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}(\mathbf{B}\mathbf{x}) \quad (4)$$

Burada $\iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}(\mathbf{B}\mathbf{x})$ aşağıda tanımlandığı gibi, $E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})$ gösterge kümesini belirtmektedir:

$$E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y}) = \{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N : \|\mathbf{B}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2\} \leq \epsilon, \quad (5)$$

$$\iota_S(\mathbf{s}) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mathbf{s} \in S \\ +\infty, & \text{if } \mathbf{s} \notin S \end{cases} \quad (6)$$

Algoritma 1: C-SALSA [1]

1. $k = 0$; $\mu > 0$, $\mathbf{v}_0^{(1)}$, $\mathbf{v}_0^{(2)}$, $\mathbf{d}_0^{(1)}$, $\mathbf{d}_0^{(2)}$ için öndeğer ata.
 2. **tekrar:**
 3. $\mathbf{r}_k = \mathbf{v}_0^{(1)} + \mathbf{d}_0^{(1)} + \mathbf{B}^H (\mathbf{v}_0^{(2)} + \mathbf{d}_0^{(2)})$
 4. $\mathbf{u}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} \mathbf{r}_k$
 5. $\mathbf{v}_{k+1}^{(1)} = \Psi_{\phi/\mu}(\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{d}_k^{(1)})$
 6. $\mathbf{v}_{k+1}^{(2)} = \Psi_{\iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}}(\mathbf{B}\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{d}_k^{(2)})$
 7. $\mathbf{d}_{k+1}^{(1)} = \mathbf{d}_k^{(1)} - \mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}^{(1)}$
 8. $\mathbf{d}_{k+1}^{(2)} = \mathbf{d}_k^{(2)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}^{(2)}$
 9. $k \leftarrow k + 1$
 10. **tekrar: durma kriteri sağlanana kadar...**
-

Algoritma-1'de geçen $\mathbf{v}_0^{(1)}$ ve $\mathbf{d}_0^{(1)}$ vektörleri \mathbb{C}^N 'de iken, $\mathbf{v}_0^{(2)}$ ve $\mathbf{d}_0^{(2)}$ vektörleri \mathbb{C}^M 'de tanımlanmaktadır. $\Psi_{\phi/\mu}$ ve $\Psi_{\iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}}$ ise $\frac{1}{\mu}\phi(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x}\|_1}{\mu}$ ve $\iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}(s)$ için tanımlanan Moreau yakınlık fonksiyonlarıdır [1].

$$\Psi_{\phi/\mu}(\mathbf{s}) = \text{soft}(\mathbf{y}, 1/\mu), \quad (7)$$

$$\Psi_{\iota_{E(\epsilon, \mathbf{I}, \mathbf{y})}}(\mathbf{s}) = \begin{cases} \mathbf{s}, & \text{if } \|\mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2 \leq \epsilon \\ \mathbf{y} + \epsilon \frac{(\mathbf{s} - \mathbf{y})}{\|\mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2}, & \text{if } \|\mathbf{s} - \mathbf{y}\|_2 > \epsilon \end{cases}, \quad (8)$$

Burada $\text{soft}(\mathbf{y}, 1/\tau)$, \mathbf{y} vektörünün $i = 1, \dots, M$ numaralı elemanları y_i 'ler için $y_i \rightarrow \text{sign}(y_i) \max\{|y_i| - \tau\}$ şeklinde tanımlanmaktadır [1].

Uygulamada yararlı olabilecek SAR görüntüleme problemleri için \mathbf{B} matrisi hafızada tutulabilecek boyutlardan çok daha büyük olmaktadır. Bununla birlikte C-SALSA'nın en kritik adımı bir doğrusal denklem kümesinin çözüldüğü dördüncü adımdır [1]. Bu nedenle, dördüncü adımdaki hesaplamanın hızlı bir yöntemle gerçekleştirilmesi büyük önem taşımaktadır.

Manyetik Rezonans Görüntüleme ve Hesaplamalı Tomografi uygulamalarında olduğu gibi, SAR görüntüleme problemi de, örneklerin Fourier uzayında polar bir ızgarada gözleendiği bir görüntü gerikazanım problemi olarak görülebilir [5]. Böylece, iki boyutlu Fourier uzayında gerçekleştirilen bir aradeğerleme işlemi sonrasında elde edilen veri ile görüntünün hesapsal ilişkisi ters Fourier dönüşümünden ibaret olmaktadır. Bu çalışmada, veri üzerinde aradeğerleme işleminin gerçekleştirilmiş olduğu ve elde bulunan verilerin dikdörtgenel bir ızgara üzerinde bulunduğu varsayılmaktadır.

Sonuç olarak, \mathbf{B} ve \mathbf{B}^H matrisleri ile çarpımlar, FFT ve ters-FFT işlemleri ve verinin bulunduğu ızgara noktalarının 1, verinin bulunmadığı ızgara noktalarının 0 ile çarpılmasını sağlayan (yalnızca ana çaprazında 0 ve 1'ler bulunan) bir \mathbf{M} matrisi ile çarpım işlemi yaparak gerçekleştirilebilmektedir. Burada Fourier taban vektörlerini içeren matris \mathbf{U} ile gösterildiğinde, $\mathbf{B} = \mathbf{M}\mathbf{U}$ ve $\mathbf{M}\mathbf{M}^H = \mathbf{I}$ ilişkileri geçerli olmaktadır. Böyle bir \mathbf{B} için aşağıdaki ilişki geçerlidir [1]:

$$(\mathbf{I} + \mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{I} - \frac{1}{2} \mathbf{U}^H \mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{U} \quad (9)$$

ve böylelikle C-SALSA'nın dört numaralı adımında yer alan işlemler $O(N \log N)$ çarpım gerektiren hesaplama yükü ile gerçekleştirilebilmektedir [1]. Bölüm IV'teki örneklerde, (9) işlemi iki-boyutlu FFT'ler ve bunu takip eden maskeleye (1 ve

0'lar ile eleman-eleman çarpım) işlemleri ile gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, yinelemelerin durdurulması için, bir önceki yinelemede elde edilen sonuç ile farkın büyüklüğü [1], [2] kullanılmıştır.

IV. SONUÇLAR

Örnek sonuçlarda geniş açılı referans SAR görüntülerinden [3] numaralı referansta belirtilen yöntemle elde edilmiş SAR faz-geçmiş (tarihçesi) verisi üretilmiştir. Her iki boyutta ayrı Fourier uzayında her iki L örnekten birinin gözlemlendiği varsayılarak, verinin boyutu görüntüdeki piksel sayısına göre düşük tutulmuştur ($M \approx L^2N$, $L < 1$, M : elde bulunduğu varsayılan örnek sayısı, N : referans görüntüden elde edilen Fourier verisinin tamamındaki örnek sayısı).

Tablo I'de mevcut NYVY ve SAR için burada önerdiğimiz C-SALSA yöntemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak gösterilmektedir. İlk iki sütun NYVY ve C-SALSA yöntemleri ile Matlab'de sonucun elde edilmesi için harcanan süreleri göstermektedir. Zamanlama süreleri optimize edilmemiş Matlab kodu ile 6 GB RAM belleğe ve Intel Core i7 işlemciye sahip MacBook Pro bilgisayar üzerinde elde edilmiştir. Ölçümlerdeki SNR 30 dB, durma kriteri için kullanılan eşik değeri ise 0.005 olarak alınmıştır. Buradan, benzer ϵ (hata-yarıçapı) değerleri için daha düşük ℓ_1 -normuna sahip çözümlerin önerdiğimiz C-SALSA tabanlı yaklaşımla NYVY'ye göre 3-7 kat daha hızlı elde edilebildiği görülmektedir.

Tablo I: Hesaplama zamanları, hata-yarıçapları ve ℓ_1 -normları açısından NYVY ve C-SALSA karşılaştırması

Veri	t_{nyvy}	t_{cs}	$\frac{\epsilon_{cs}}{\epsilon_{nyvy}}$	$\frac{\ x_{cs}\ _1}{\ x_{nyvy}\ _1}$
Slicy ($L = 2/8$)	1.8 s	0.5 s	0.9845	0.73
Backhoe ($L = 3/8$)	8.7 s	1.2 s	0.9995	0.97
Backhoe ($L = 2/8$)	8.4 s	1.3 s	0.9984	0.95
Backhoe ($L = 1/8$)	7.2 s	1.5 s	0.9987	0.92

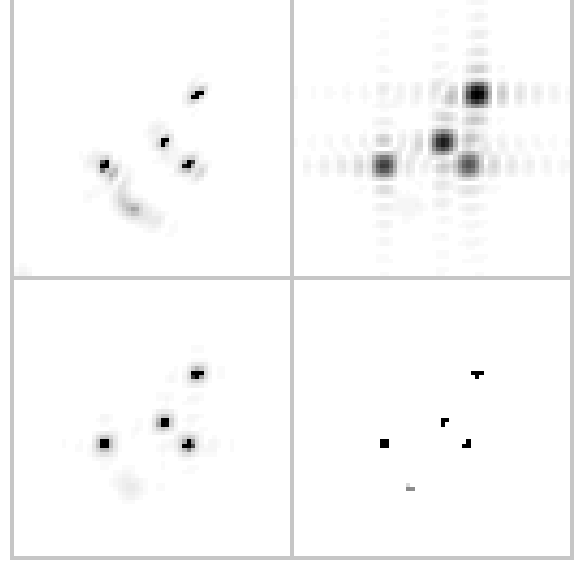
Şekil 1'de MSTAR veritabanından [6] Slicy hedefine ait referans görüntüden elde edilen veriye ilişkin sonuçlar $L = 2/8$ indirgeme oranı için gösterilmektedir. Şekil 2, Şekil 3 ve Şekil 4 ise Backhoe [7] hedefine ait referans görüntüden sırasıyla $L = 3/8$, $L = 2/8$ ve $L = 1/8$ değerleri için elde edilen görüntüleri göstermektedir. NYVY ve C-SALSA yöntemleri görsel olarak benzer sonuçlar verse de, çözümlerdeki seyreklikte C-SALSA'nın bir miktar iyileşme sağladığı gözlemlenmektedir. Ancak asıl önemli bulgumuz bir YDÇY olan C-SALSA tabanlı yaklaşımımızın mevcut yaklaşıma göre kaydedeğer miktarda hızlanma sağlamasıdır.

V. TARTIŞMA

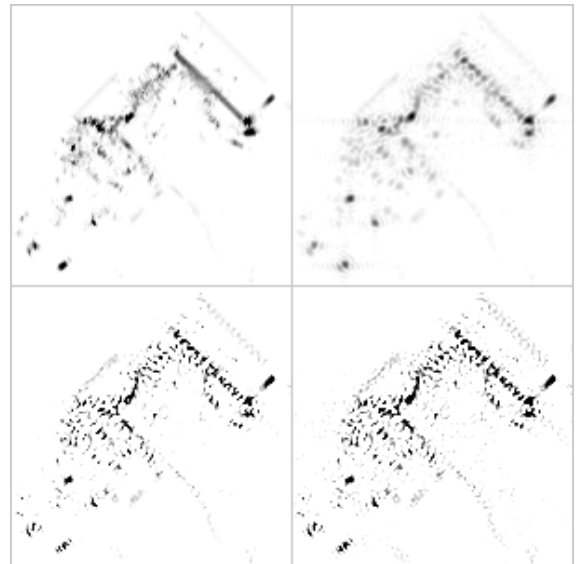
Bu bildiriye, Genişletilmiş Lagrange Yöntemlerinin kısıtlı SAR verilerinden seyreklik tabanlı SAR görüntülerinin oluşturulması problemine uygulanması için bir yaklaşım önerilmiştir. Nyquist prensibinin önerdiğinden daha düşük oranlarda örneklenmiş SAR verisinden SAR görüntülerinin elde edilmesine uygulanması incelenmiştir.

Benzer yöntemlere göre aynı hata oranının elde edilmesine karşılık çözüme daha hızlı ulaşılabildiği görülmüştür. Çalışmanın devamında çözümlerin farklı uzaylarda seyreklik

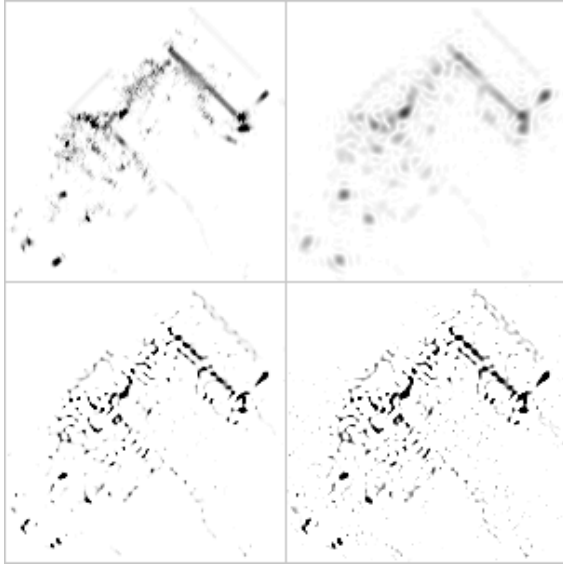
özelliğine sahip olması durumlarında hızlı çözüm oluşturma konusu ele alınacaktır.



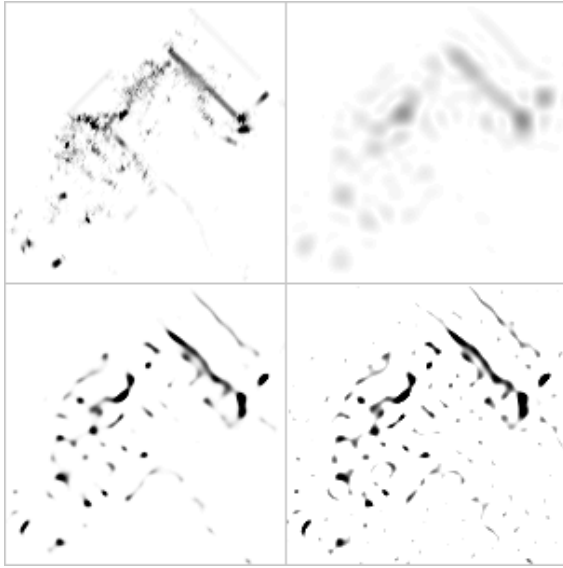
Şekil 1: Slicy, $L = 2/8$. (sol-üst) referans görüntü, (sağ-üst) standart gerikazanım, (sol-alt) NYVY, (sağ-alt) C-SALSA



Şekil 2: Backhoe, $L = 3/8$. (sol-üst) referans görüntü, (sağ-üst) standart gerikazanım, (sol-alt) NYVY, (sağ-alt) C-SALSA



Şekil 3: Backhoe, $L = 2/8$. (sol-üst) referans görüntü, (sağ-üst) standart gerikazanım, (sol-alt) NYVY, (sağ-alt) C-SALSA



Şekil 4: Backhoe, $L = 1/8$. (sol-üst) referans görüntü, (sağ-üst) standart gerikazanım, (sol-alt) NYVY, (sağ-alt) C-SALSA

KAYNAKÇA

- [1] M. Afonso, J. M. Bioucas-Dias ve M. A. T. Figueiredo: *An Augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems*, IEEE Trans. Image Processing, cilt 20, sayı 3, sayfa 681–695, Mart 2011.
- [2] M. Cetin ve W. C. Karl: *Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization*, IEEE Trans. Image Processing, cilt 10, sayı 4, sayfa 623–631, Nisan 2001.
- [3] R. L. Moses, L. Potter ve M. Çetin: *Wide Angle SAR Imaging*, SPIE Defense and Security Symposium, Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XI, Eds., E. G. Zelnio ve F. D. Garber, Orlando, Florida, Nisan 2004.
- [4] O. Batu ve M. Çetin: *Parameter Selection in Sparsity-driven SAR Imaging*, IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, cilt 47, sayı 4, sayfa 3040–3050, Ekim 2011.

- [5] C. V. Jakowatz, Jr., D. E. Wahl, P. H. Eichel, D. C. Ghiglia ve P. A. Thompson: *Spotlight-Mode Synthetic Aperture Radar: A Signal Processing Approach*, Norwood, MA: Kluwer, 1996.
- [6] Air Force Research Laboratory, Model Based Vision Laboratory, Sensor Data Management System MSTAR Web Sites: www.mbvlab.wpafb.af.mil/public/SDKs/datasets/mstar.
- [7] Backhoe Data Sample & Visual-D Challenge Problem, the Air Force Research Laboratory Sensor Data Management System Web Sites: www.sdms.afrl.af.mil/main.htm.